



گزینه ۲

۱

$$n = 4, \quad n' = 2$$

$$\Delta E = E_4 - E_2 = -\frac{E_R}{16} + \frac{E_R}{4} = \frac{3}{16} E_R = \frac{3 \times 13/6}{16} \cong 2/5 \text{ eV}$$

گزینه ۱

۲

ابتدا توان خروجی را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{1}{2} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{13/2 \times 10^{-4}} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 6/6 \times 10^{-4} \text{ W}$$

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = P t \xrightarrow{t=1s} E = 6/6 \times 10^{-4} \text{ J}$$

$$E = nhf \Rightarrow 6/6 \times 10^{-4} = n \times 6/6 \times 10^{-34} \times f$$

$$\Rightarrow 10^{30} = nf \xrightarrow{f=\frac{c}{\lambda}} 10^{30} = n \times \frac{c}{\lambda} \Rightarrow 10^{30} = n \times \frac{3 \times 10^8}{0/6 \times 10^{-6}} \Rightarrow n = 2 \times 10^{15}$$

گزینه ۲

۳

$$E = p.t = nhf \rightarrow n = \frac{p.t}{hf} = \frac{44 \times 2 \times 60}{6/6 \times 10^{-34} \times 50 \times 10^{12}} = 16 \times 10^{22}$$

گزینه ۴

۴

آ) ایزوتوپ $^{61}_{25}\text{X}$ از ایزوتوپ‌های منگنز و ایزوتوپ $^{61}_{26}\text{X}$ از ایزوتوپ‌های آهن است و به‌سادگی می‌توان به روش شیمیایی این دو را جدا کرد. (درست)

ب) در هسته اتم اندازه نیروی الکتریکی بسیار بیشتر از اندازه نیروی گرانشی است. (درست)

پ) نیروهای هسته‌ای کوتاه‌برد بوده و فقط بین نوکلئون‌های مجاور ایجاد می‌شود. (درست)

ت) نیروی هسته‌ای مستقل از بار الکتریکی است. (درست)

با استفاده از رابطه محاسبه توان و انرژی ایجادشده از کاهش جرم می‌توان نوشت:

$$p = \frac{E}{\Delta t} = \frac{mc^2}{\Delta t} \Rightarrow 4 \times 10^{26} = \frac{m \times (3 \times 10^8)^2}{9}$$

$$\Rightarrow 36 \times 10^{26} = m \times 9 \times 10^{16} \Rightarrow m = \frac{36 \times 10^{26}}{9 \times 10^{16}} \Rightarrow m = 4 \times 10^{10} \text{ kg}$$

فقط مورد "الف" درست است.

با تاباندن نور فروسرخ ممکن است پدیده فوتوالکتریک اتفاق نیافتد، بنابراین مورد "ب" غلط است. اگر پایین‌تر از فرکانس لازم نوری را بتابانیم اصلاً الکترونی نمی‌تواند جدا شود، چون انرژی لازم را دریافت نمی‌کند؛ بنابراین مورد "ج" هم غلط است.

در واپاشی ذره β^- یک نوترون به پروتون و الکترون تبدیل می‌شود.

گزاره‌های "الف"، "پ" و "ت" درست هستند و فقط گزاره "ب" نادرست است.

ابتدا کاستی جرم هسته یعنی اختلاف جرم هسته با نوکلئون‌هایش را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم نوکلئون‌های هسته} = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{تعداد پروتون‌ها}}}{20} \times m + \underset{\substack{\downarrow \\ \text{تعداد نوترون‌ها}}}{25} \times m = 45m$$

$$\text{جرم کاستی جرم} = 45m - 44/99m = 0/01m$$

$$\text{انرژی بستگی هسته‌ای} = \text{جرم کاستی جرم} \times c^2 = 0/01m \times c^2 = 0/01mc^2$$

انرژی بستگی هسته‌ای از حاصل ضرب کاستی جرم در مربع تندی نور به دست می‌آید. انرژی بستگی هسته‌ای و ترازهای انرژی هسته: برای جدا کردن نوکلئون‌های یک هسته، انرژی لازم است. انرژی لازم برای این منظور، انرژی بستگی هسته‌ای نامیده می‌شود. اندازه‌گیری‌های دقیق نشان داده است که جرم هسته از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل‌دهنده‌اش اندکی کمتر است. اگر این اختلاف جرم را که به آن کاستی جرم هسته گفته می‌شود، مطابق رابطه معروف انیشتین ($E = mc^2$)، در مربع تندی نور (c^2) ضرب کنیم انرژی بستگی هسته‌ای به دست می‌آید. توجه کنید که هرچند اختلاف جرم هسته با مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده آن بسیار ناچیز است، چون در c^2 که عدد بسیار بزرگی است ضرب می‌شود، این کاستی جرم اندک، معادل انرژی قابل ملاحظه‌ای است.

می‌دانیم که کوتاه‌ترین طول موج مربوط به هر رشته با $n = \infty$ متناظر است. طبق معادله ریدبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{R}{n'^2} \Rightarrow \frac{1}{2273} = \frac{0.011}{n'^2} \Rightarrow n'^2 \simeq 25 \Rightarrow n' = 5 \Rightarrow \text{رشته پفوند}$$

در پدیده فوتوالکتریک، هر فوتون با یک الکترون برهم‌کنش دارد. با افزایش شدت نور، تعداد فوتون‌ها افزایش می‌یابد، اما انرژی هر فوتون ثابت می‌ماند. بنابراین بیشینه انرژی فوتوالکتریک‌ها و سرعت آن‌ها ثابت می‌ماند.

بلندترین طول موج فوتون قابل جذب توسط اتم در تراز $n = ۳$ ، برابر با طول موج فوتون تابشی ناشی از گذار الکترون از تراز $n = ۴$ به تراز $n' = ۳$ است. مقدار این طول موج برابر است با:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{۳^2} - \frac{1}{۴^2} \right) = R \left(\frac{۷}{۱۶ \times ۹} \right) \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{۱۶ \times ۹}{۷R}$$

کوتاه‌ترین طول موج فوتون تابشی برای تراز $n = ۳$ برابر با طول موج فوتون تابشی از $n = ۳$ به $n' = ۱$ است. مقدار این طول موج برابر است با:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{۱^2} - \frac{1}{۳^2} \right) = \frac{۸R}{۹} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{۹}{۸R}$$

نسبت خواسته شده در صورت سؤال برابر است با:

$$\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{\frac{۱۶ \times ۹}{۷R}}{\frac{۹}{۸R}} = \frac{۱۶ \times ۸}{۷} = \frac{۱۲۸}{۷}$$

کوتاه‌ترین طول موج فوتون تابشی مربوط به گذار از $n = ۵$ به $n' = ۱$ است و بلندترین طول موج فوتون تابشی مربوط به گذار از $n = ۵$ به $n' = ۴$ است.

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{۴^2} - \frac{1}{۵^2} \right) \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{۴۰۰}{۹R}$$

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{۱^2} - \frac{1}{۵^2} \right) \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{۲۵}{۲۴R}$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{\frac{۴۰۰}{۹R}}{\frac{۲۵}{۲۴R}} = \frac{۱۶ \times ۲۴}{۹} = \frac{۱۲۸}{۳}$$

فاصله زمانی ساعت ۶ صبح تا ۸ صبح برابر با ۲ ساعت یا معادل ۴ نیمه عمر است همچنین فاصله زمانی ۸ صبح تا ۱۰ صبح نیز برابر با ۴ نیمه عمر است. اگر مقدار این ماده در ساعت ۸ صبح را برابر با m_0 فرض کنیم داریم:

$$\left. \begin{aligned} \text{مقدار ماده در ساعت ۱۰ صبح} &= \frac{m_0}{2^4} = \frac{m_0}{16} \\ \text{مقدار ماده در ساعت ۶ صبح} &= m_0 \times 2^4 = 16m_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{16m_0}{\frac{m_0}{16}} = 16^2 = 2^8$$

از صورت سؤال پیداست که نیمه عمر ماده پرتوزا برابر با ۲۰ دقیقه است. پس با داشتن نیمه عمر ماده می توان مقدار ماده باقی مانده از ۴۰۰ گرم اولیه را به دست آورد:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{1 \text{ h}}{20 \text{ min}} = \frac{60 \text{ min}}{20 \text{ min}} = 3$$

$$\text{جرم باقی مانده} = \frac{m_0}{2^n} = \frac{400}{2^3} = 50 \text{ g}$$

$$\Rightarrow \text{جرم متلاشی شده} = 400 - 50 = 350 \text{ g}$$

حالت برانگیخته دوم با $n = 3$ یکسان است. در این صورت داریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} = -\frac{13/6}{9} \simeq -1/51 \text{ eV}$$

در این صورت انرژی یونش برابر با $+1/51 \text{ eV}$ است. برای تبدیل این مقدار به ژول می توان نوشت:

$$E = 1/51 \times 1/6 \times 10^{-19} \simeq 2/4 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_B = \nu E_A \Rightarrow \frac{h\nu_B}{\lambda_B} = \nu \frac{h\nu_A}{\lambda_A} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_A = \nu \lambda_B \\ \lambda_A = \lambda_B = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \nu \lambda_B - \lambda_B &= 6 \\ 6\lambda_B &= 6 \Rightarrow \lambda_B = 1 \text{ nm} \Rightarrow \lambda_A = 7 \text{ nm} \end{aligned}$$

رادرورد نتوانست پایداری حرکت الکترون به دور هسته را توجیه کند (عبارت "الف" نادرست است).
اگر الکترون از مدار بالایی به مدارهای پایینی گذار کند، انرژی آزاد می‌شود (عبارت "ب" نادرست است).
گسیل القایی و گسیل خودبه‌خودی دو تفاوت دارند: اول اینکه در گسیل القایی فوتون گسیل‌شده، در همان جهت فوتون ورودی حرکت می‌کند در حالی که در گسیل خودبه‌خودی حرکت فوتون خروجی به‌صورت کاتوره‌ای است.
دومین تفاوت اینکه فوتون گسیل‌شده با فوتون ورودی همگام یا هم‌فاز است (عبارت "پ" نادرست است).

هر ساعت برابر با ۴ نیم‌عمر از این ماده است پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} \text{مقدار ماده در چهار نیم‌عمر قبل} &= m \times 2^4 = 16m \\ \text{مقدار ماده در چهار نیم‌عمر بعد} &= \frac{m}{2^4} = \frac{m}{16} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{16m}{\frac{m}{16}} = 16 \times 16 = 256$$

کسر باقی‌مانده در زمان ۱۰ ساعت برابر است با:

$$\frac{125}{500} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$$

پس ۱۰ ساعت معادل باگذشت دو نیمه‌عمر است:

$$2T = 10h \Rightarrow T = 5h$$

کسر متلاشی‌شده در هر بازه زمانی ذکرشده در سؤال را از تفاضل کسرهای باقی مانده ابتدا و انتهای بازه زمانی به دست می‌آوریم:

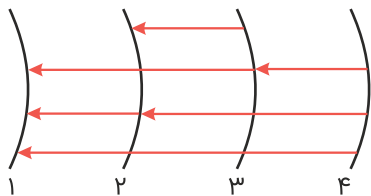
$$\left. \begin{aligned} 10h \text{ تا } 5h &\Rightarrow \frac{m_0}{2^1} - \frac{m_0}{2^2} = \frac{m_0}{2} - \frac{m_0}{4} = \frac{m_0}{4} \\ 25h \text{ تا } 15h &\Rightarrow \frac{m_0}{2^3} - \frac{m_0}{2^5} = \frac{m_0}{8} - \frac{m_0}{32} = \frac{3}{32}m_0 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{نسبت جرم‌های متلاشی‌شده} = \frac{\frac{m_0}{4}}{\frac{3m_0}{32}} = \frac{8}{3}$$

یک هسته برانگیخته با تابش پرتوهای گاما می‌تواند به حالت پایه برسد. سه گزاره آ، پ و ت صحیح هستند؛ بنابراین پاسخ گزینه "۳" است.

تعداد گذارهای ممکن طبق رابطه $\frac{n(n-1)}{2}$ محاسبه می‌شود.

$$\text{تعداد تمام گذارهای ممکن} = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$



اولین خط رشته لیمان با $n = 2$ متناظر است. در این صورت داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = R\left(\frac{3}{4}\right) \Rightarrow \lambda = \frac{4}{3R} \simeq \frac{400}{3} \text{ nm}$$